

## الفصل الثالث / الحركة الخطية Rectilinear Motion

الحركة motion هي احدى اكثر الظواهر الفيزيائية وضوحاً ، وهي من المفاهيم النسبية فعندما يغير جسماً ما موقعه بمرور الزمن بالنسبة لجسم اخر فهو في حالة حركة بالنسبة للجسم الثاني ، اما اذا كان موقع الجسمين النسبي لايتغير بمرور الزمن فان كل منهما يكون في حالة سكون بالنسبة للآخر ، فالسكون والحركة اذن مفهومان نسبيان ولا معنى للسكون المطلق في المفهوم الفيزيائي ، فالمباني والجبال والاشجار تظهر وكأنها ساكنة بالنسبة للأرض ولكنها في حالة حركة مستمرة بالنسبة للقمر مثلاً .

يمكن تعريف الحركة بانها التغير المستمر في موقع الجسم بالنسبة لجسم اخر (نقطة مرجعية) . والوصف الكمي للحركة يعبر عنه بدلالة ثلاثة مفاهيم هي الموقع position والسرعة velocity والتعجيل acceleration . هناك انواع عديدة من الحركة في الفيزياء كالحركة الانتقالية (الخطية) مثل حركة السيارة والحركة الدورانية كحركة الارض حول نفسها والحركة الاهتزازية مثل حركة البندول .

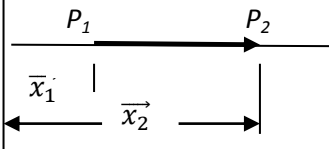
ان دراسة الحركة تخضع لقواعد الميكانيك الكلاسيكي (ميكانيك نيوتن) وان مشروع ميكانيك نيوتن يهدف الى توقع المستقبل لظاهرة ما بمعرفة حاضرها وينقسم هذا المشروع الى قسمين : Kinematics و Dynamics ، الكاينمتكس يمثل الوصف الكامل للحاضر اما الداينمكس فيبحث في العلاقة بين الحركة واسبابها.

سوف نتناول في هذا الفصل الحركة الانتقالية لجسم ما ونفترض ان الجسم يتحرك ببعد واحد ونعتبر ان الجسم كنقطة هندسية عديمة الابعاد وله كتلة نسميه الجسيم particle . تسمى الحركة الانتقالية على خط مستقيم بالحركة الخطية linear motion .

### ٣-١ السرعة والتعجيل velocity and acceleration

ان حركة جسيم معين يمكن وصفها بشكل كامل عند معرفة موقع الجسيم في الفضاء في اي لحظة زمنية . لنفترض ان جسيماً ما يتحرك على المحور السيني x-axis من النقطة  $P_1$  الى النقطة  $P_2$  كما في الشكل

تعرف ازاحة الجسيم بالمتجه  $\overrightarrow{P_1P_2}$  الذي مقداره  $\Delta x = x_2 - x_1$  ، فلو ازيح الجسيم من النقطة  $P_1$  ذات الاحداثي  $x_1$  في الزمن  $t_1$  الى النقطة  $P_2$  ذات الاحداثي  $x_2$  في الزمن  $t_2$  فإن الازاحة  $\Delta \vec{x}$  سوف تُقطع في الفترة الزمنية  $\Delta t$  .



تعرف النسبة بين الازاحة المقطوعة والزمن المستغرق بمعدل السرعة

$$\vec{v} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} \dots \dots \dots (1) \text{ حيث } \vec{v} \text{ ويرمز لها } \text{average velocity}$$

وهي كمية متجهة تتضمن النسبة بين الازاحة الكلية والزمن الكلي بغض النظر عن شكل المسار بين النقطتين فقد يكون المسار مستقيماً او منحنياً وقد تكون الحركة منتظمة او غير منتظمة . اما مقدار معدل السرعة  $\bar{v}$

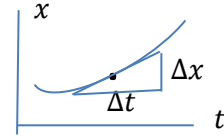
فيمثل المسافة الكلية المقطوعة خلال وحدة الزمن والذي يسمى بمعدل الانطلاق average speed وهو كمية عددية تقاس بنفس وحدات السرعة m/s في نظام SI . من المهم التمييز بين معدل السرعة ومعدل الانطلاق ، فعلى سبيل المثال عندما يقطع عداء مسافة 40km خلال فترة من الزمن ويعود الى نقطة الانطلاق يكون عندها معدل سرعته مساوياً للصفر بينما معدل الانطلاق يمثل النسبة بين المسافة الكلية الى ذلك الزمن .

إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم عند  $t_1 = 0$  هو  $x_0$  وان  $t_2$  هي أي زمن فيكون

$$x - x_0 = \bar{v}t \quad \text{..... (2)}$$

ان أبسط انواع الحركة للجسيم هي الحركة المنتظمة على خط مستقيم وهي الحركة التي يقطع فيها الجسيم نفس المسافة بنفس الاتجاه في كل ثانية ، ويقال للجسيم انه يتحرك بسرعة ثابتة ، والسرعة الثابتة تعني مقداراً واتجهاً ، وإذا تغير احدهما أو كلاهما فأن الجسيم يتحرك بسرعة متغيرة . ان معدل السرعة لايعطينا تفاصيل حركة الجسم، إذ لو لم يتحرك الجسم مطلقاً لكان معدل سرعته صفراً فمن المفيد تحديد سرعة الجسيم المتحرك في كل لحظة زمنية أو في أي نقطة من مسار حركة الجسيم والتي تسمى بالسرعة الانية instantaneous velocity فإذا كان موقع الجسيم المتحرك هو  $\vec{x}$  في اللحظة  $t$  فبعد  $\Delta t$  حيث  $\Delta t$  فترة زمنية متناهية في الصغر أصبح موقع الجسيم  $\vec{x} + \Delta \vec{x}$  لإيجاد السرعة عند نقطة معينة وذلك بتقريب نقطة النهاية لمكان قريب جداً من نقطة البداية فتكون السرعة الانية عند تلك النقطة هي النهاية عندما يقترب التغير في الزمن الى الصفر لنسبة  $\frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$  أي ان :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt} \quad \text{..... (3)}$$



وتعرف السرعة الانية هندسياً بانها ميل المستقيم المماس لمنحني المسافة عند نقطة معينة ومن المعلوم ان الميل يمثل ظل الزاوية التي يصنعها المماس مع الافق . اذا كانت السرعة الانية للجسيم تتغير باستمرار فهو يمتلك تسجيلاً . السرعة قد تتغير في مقدارها أو اتجاهها أو كلاهما . سنبدأ بالسرعة المتغيرة المقدار فقط مثل حركة الجسيم على خط مستقيم باتجاه واحد ، فالتسجيل هنا يتولد من تغير مقدار السرعة فقط وهذا التغير يكون منتظماً أو غير منتظم وقد يكون متزايداً أو متناقصاً . ويعرف معدل التسجيل بالعلاقة

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \quad \text{..... (4)}$$

وهو كمية اتجاهية يقاس بوحدة  $m/s^2$  في نظام SI . اما التسجيل الانية فيمثل تسجيل الجسم في أي لحظة زمنية من وقت الحركة أو في أي نقطة على مسار الحركة أو هو معدل التسجيل للجسيم على مساره المتناهي في الصغر عند نقطة على ذلك المسار ، ويمكن ايجاده بنفس الطريقة المتبعة في ايجاد السرعة الانية حيث

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{..... (5)}$$

يعبر عنه رياضياً بالعلاقة :

**3-2 الحركة الخطية بتعجيل ثابت rectilinear motion with constant acceleration**

تعد الحركة بتعجيل منتظم على خط مستقيم أبسط أنواع الحركة للأجسام ، فعندما يكون التعجيل ثابتاً فإن

معدل التعجيل يساوي التعجيل الانسي للجسم المتحرك ، اي ان  $a = \frac{v-v_0}{t-t_0}$

لحظة ابتداء الحركة  $t_0 = 0$  والسرعة الابتدائية  $v_0$  اما  $v$  فهي سرعة الجسم عند الزمن  $t$  ، فيكون

$$v = v_0 + at \dots\dots\dots (6)$$

عندما يكون التعجيل ثابتاً تزداد السرعة بانتظام مع الزمن فتكون معدل السرعة  $\bar{v} = \frac{v+v_0}{2} \dots\dots\dots (7)$

من المعادلات (7) ، (6) ، (2) نحصل :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \dots\dots\dots (8)$$

اذا كان الجسم في نقطة الاصل لحظة ابتداء الحركة فإن  $x_0 = 0$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \dots\dots\dots (9)$$

وعند تعويض قيمة  $t$  من المعادلة (6) و  $\bar{v}$  من المعادلة (7) في (2) نحصل على:

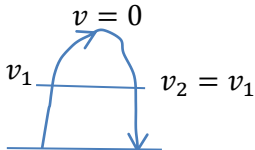
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \dots\dots\dots (10)$$

المعادلات (6) ، (8) ، (10) تمثل معادلات الحركة بتعجيل ثابت .

ومن اكثر الامثلة شيوعاً للحركة بتعجيل منتظم هي حركة الاجسام الساقطة سقوطاً حراً freely falling bodies نحو سطح الارض ، وبإهمال مقاومة الهواء للأجسام الساقطة على منطقة واحدة من سطح الارض فإنها تسقط نحو الاسفل بتعجيل واحد مهما كانت اشكالها او كتلتها او احجامها وهو التعجيل الارضي  $g$  الذي يبلغ مقداره  $(9.8m/s^2)$  تقريباً وهو متجه نحو مركز الارض ، فاذا افترضنا ان محور  $y$  الموجب يتجه نحو الاعلى يجب تعويض مقدار  $g$  اشارة سالبة ويستبدل  $a$  في معادلات الحركة اعلاه بـ  $g$  ويستبدل  $x$  بالإزاحة  $y$  ، فتصبح معادلات الحركة بالصيغة الاتية

$$v = v_0 + gt ; y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} gt^2 ; v^2 = v_0^2 + 2g(y - y_0)$$

ملاحظة / عند حل المسائل المتعلقة بالسقوط الحر للأجسام يجب مراعات الاتي :



● سرعة الجسم في اعلى نقطة تساوي صفراً .

● زمن صعود الجسم الى اعلى نقطة يساوي زمن رجوعه الى نقطة الانطلاق .

● اذا قذف جسم من سطح الارض نحو الاعلى فإنه سيعود الى سطح الارض بنفس مقدار سرعة القذف ولكن بعكس الاتجاه ، اي عند نفس المستوى الافقي تكون مقادير السرعة متساوية .

مثال 1/ رمي جسم من ارتفاع 15m نحو الأعلى بسرعة 10m/s جد : ١- أقصى ارتفاع يبلغه الجسم ؟  
٢- متى يرتطم الجسم بسطح الأرض وما سرعته عند تلك اللحظة؟

$$1- y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 15 + 10t - 5t^2 \rightarrow v = \frac{dy}{dt} = 10 - 10t$$

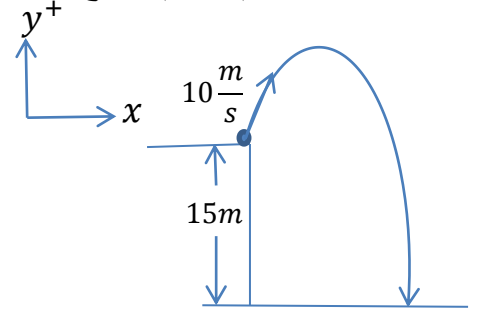
$$10 - 10t = 0 \rightarrow t = 1s$$

$$\therefore y = 15 + 10 - 5 = 20m \text{ أقصى ارتفاع يبلغه الجسم}$$

$$2- y = 0 = 15 + 10t - 5t^2 \rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$(t - 3)(t + 1) = 0 \rightarrow t = 3s \text{ or } t = -1s ; \therefore t = 3s$$

$$v = v_0 + gt = 10 - 10 * 3 = -20 \frac{m}{s}$$



مثال 2/ سيارة تسير بانطلاق 45Km/hr باتجاه الغرب ، خفضت انطلاقتها الى 30Km/hr خلال مسافة قدرها 264m جد : 1- مقدار التبريل واتجاهه ؟ 2- الزمن المستغرق في تخفيض السرعة ؟  
3- الزمن الذي تستغرقه السيارة حتى تصل الى حالة السكون ، اذا استمرت بالتباطؤ المنتظم من 45Km/hr وما المسافة التي تقطعها السيارة لذلك ؟

$$1. v^2 = v_0^2 + 2ax \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(30)^2 - (45)^2}{2 \times 264 \times 10^{-3}} = -2130.7 \text{ km/hr}^2 \text{ باتجاه الشرق}$$

$$2. v = v_0 + at \rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{30 - 45}{-2130.7} = 7.04 \times 10^{-3} \text{ hr} = 25.3s$$

$$3. v = v_0 + at \rightarrow 0 = 45 - 2130.7t \rightarrow t = 0.021 \text{ hr} = 76s$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \rightarrow 0 = (45)^2 - 2 \times 2130.7x \rightarrow x = 0.475 \text{ km} = 475m$$

مثال 3/ يتحرك جسم من نقطة الاصل على استقامة محور x بتبريل ثابت مقداره  $-4m/s^2$  بسرعة 20m/s بالاتجاه الموجب لمحور . جد : 1- عند اي مسافة ولحظة تكون السرعة مساوية للصفر؟  
2- عند اي لحظة يجتاز الجسم النقطة  $x = 15m$  وما سرعته عند هذه النقطة ؟ 3- ما سرعة الجسم عند النقطتين  $x = \mp 25m$  وكذلك عند النقطة  $x = 55m$  ؟

$$1. v = v_0 + at \rightarrow 0 = 20 - 4t \rightarrow t = 5s$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x = 20 \times 5 - \frac{1}{2} \times 4 \times 25 = 50m \text{ or } v^2 = v_0^2 + 2ax$$

$$2. x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow 15 = 20t - 2t^2 \rightarrow 2t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{20 \pm \sqrt{(20)^2 - 4 \times 2 \times 15}}{4} \rightarrow t_1 = 0.82s \text{ or } t_2 = 9.18s$$

حيث ان  $t_1$  هو الزمن الازم لقطع المسافة من نقطة الاصل الى النقطة  $x = 15m$   
وان  $t_2$  هو الزمن الازم لقطع المسافة من نقطة الاصل واجتياز مسافة كبيرة وراء النقطة  $x = 15m$  ومن  
ثم العودة الى هذه النقطة

$$v_1 = 20 - 4 \times 0.82 = +16.7m/s ; v_2 = 20 - 4 \times 9.18 = -16.7m/s$$

حيث يلاحظ تساوي السرعتين العدديتين

$$\begin{aligned} 3. x = 25m &\rightarrow v^2 = (20)^2 - 2 \times 4 \times 25 \rightarrow v = \mp 14.1m/s \\ x = -25m &\rightarrow v^2 = (20)^2 + 2 \times 4 \times 25 \rightarrow v = \mp 24.5m/s \\ x = 55m &\rightarrow v = \mp \sqrt{-40} \end{aligned}$$

اي ان الجسم لا يبلغ هذه النقطة ابداً وهذا واضح من نتيجة (1)

مثال 4/ منطاد يرتفع نحو الاعلى بسرعة  $13m/s$  سقط منه ثقل عندما كان على ارتفاع  $300m$  عن سطح الارض . جد 1- اقصى ارتفاع يصله الثقل ؟ 2- موقعه وسرعته بعد  $5s$  من سقوطه ؟ 3- الزمن الذي يستغرقه قبل ان يرتطم بالأرض؟

$$1- v^2 = v_0^2 + 2g(y - y_0) \rightarrow 0 = (13)^2 - 2 \times 9.8(y - 300) \rightarrow$$

ارتفاع الثقل عن سطح الارض  $y = 308m$

$$2- y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow y = 300 + 13 \times 5 - \frac{1}{2} \times 10 \times 25 = 240m$$

اي انه يتجه نحو الاسفل  $v = v_0 + gt \rightarrow v = 13 - 9.8 \times 5 = -36m/s$

$$3- y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 0 = 300 + 13t - 5t^2 \rightarrow$$

$$5t^2 - 13t - 300 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{13 \pm \sqrt{(13)^2 - 4 \times 5 \times (-300)}}{2 \times 5} \rightarrow t = 9.15s \text{ or } t = -6.5s \text{ يهمل}$$

مثال 5/ يقذف حجر نحو الاسفل من ارتفاع  $25m$  بسرعة  $8m/s$  جد ١- الزمن اللازم كي يصل الحجر سطح الارض؟ ٢- سرعة اصطدام الحجر بـ سطح الارض؟

الحل/

$$1. y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 0 = 25 - 8t - 5t^2 \rightarrow 5t^2 + 8t - 25 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 500}}{10} \rightarrow t = 1.57s \text{ or } -3.17s \text{ يهمل}$$

$$2. v = v_0 + gt \rightarrow v = -8 - 10 \times 1.57 \rightarrow v = -23.7m/s$$

مثال 6/ تقذف كرة رأسياً نحو الأعلى بسرعة 30m/s جد : ١- زمن الصعود؟ ٢- الارتفاع الذي تبلغه؟  
٣- بعد كم من الوقت تعود الكرة الى اليد التي قذفتها؟ ٤- متى تصبح سرعتها العددية 16m/s ؟

الحل/ نختار الاتجاه الموجب نحو الأعلى  $g = -9.8m/s^2$  ،  $v_0 = 30m/s$

$$1- v = v_0 + gt \rightarrow 0 = 30 - 10t \rightarrow t = 3 s$$

$$2- y = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow y = 30 \times 3 - \frac{1}{2} \times 10 \times (3)^2 \rightarrow y = 45m$$

$$3- y = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 0 = 30t - \frac{1}{2} \times 10t^2 \rightarrow 5t = 30 \rightarrow t = 6 s$$

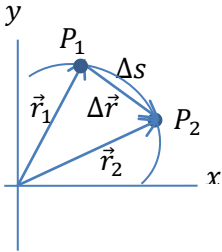
او / لما كان زمن الصعود مساوياً لزمن الهبوط نضاعف زمن الصعود فنحصل على 6 s

٤- السرعة العددية هي مقدار متجه السرعة  $v = \mp 16m/s$  فيكون  $v = v_0 + gt$

$$\mp 16 = 30 - 10t \rightarrow t_+ = 1.4 s ; t_- = 4.6s$$

### ٣-3 الحركة في بعدين motion in two dimensions

كما ذكرنا سابقاً ان الجسم اذا تحرك على خط مستقيم يبقى اتجاه سرعته او تعجيله باتجاه الخط المستقيم سواء تغير مقدارها ام لم يتغير . اما عندما يتحرك الجسم على منحنى curve في مستوي plane فان اتجاه متجه سرعته يكون دائماً متغيراً ومماساً للمنحنى في كل نقطة من نقاط مساره بينما يتغير مقداره او يبقى ثابتاً . وتعرف متجهات السرعة والتعجيل للجسم المتحرك في مستوي  $xy$  بمتجهات موضعه خلال الزمن ، الشكل المجاور يبين جسماً متحركاً على منحنى من النقطة  $P_1$  في الزمن  $t_1$  الى  $P_2$  في الزمن  $t_2$  فتكون



ازاحته  $\Delta \vec{r}$  حيث ان  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \rightarrow \Delta \vec{r} = \hat{i}\Delta x + \hat{j}\Delta y$

$$\Delta x = x_2 - x_1 ; \Delta y = y_2 - y_1$$

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \hat{i} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \hat{j} \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

وتكون معدل سرعته

اما سرعته الانية فتعرف بالعلاقة

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \hat{i} \frac{dx}{dt} + \hat{j} \frac{dy}{dt} = \hat{i}v_x + \hat{j}v_y$$

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \text{ الانطلاق}$$

$$\vec{a} = \hat{i} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} + \hat{j} \frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \hat{i}a_x + \hat{j}a_y \rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

اما معدل التعجيل فيعرف

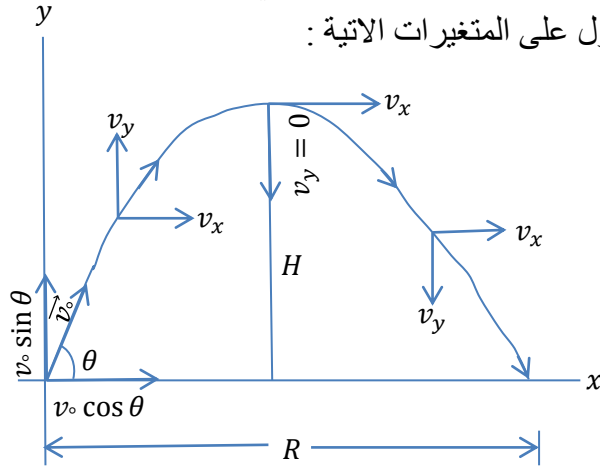
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

والتعجيل الانى

### 3-؛ حركة القذائف motion of projectiles

تعد حركة القذائف حالة عامة للسقوط الحر للأجسام في بعدين مثل حركة الكرة في الهواء ، قذيفة المدفع ، إطلاق المسدس ، الرمح ، النفل ..... فالقذيفة جسم يتحرك على قوس وان نصف قطر القوس يتناسب طردياً مع سرعة الإطلاق (السرعة الابتدائية) . بالنسبة لجميع القذائف التي لا تبعد عن سطح الأرض كثيراً يمكن اعتبار التعجيل الأرضي مقداراً ثابتاً وتهمل مقاومة الهواء وكروية الأرض . يمتلك الجسم الطليق (القذيفة) حركتين في نفس الوقت ، الأولى عمودية وتكون متأثرة بالتعجيل الأرضي ، والثانية أفقية وتمون منتظمة لانها لاتخضع لأي قوة تسبب لها تعجيلاً.

لنأخذ نقطة القذف هي مركز المحاور المتعامدة  $x, y$  كما في الشكل ، نفرض ان القذيفة انطلقت من نقطة الاصل في الزمن  $T = 0$  بسرعة ابتدائية  $\vec{v}_0$  والتي تصنع الزاوية  $\theta$  مع الافق ، فتكون مركبة السرعة الابتدائية الأفقية  $v_x = v_0 \cos \theta$  وهي ثابتة القيمة على طول المسار ، ومركبة السرعة الابتدائية الرأسية  $v_y = v_0 \sin \theta$  التي تكون متغيرة القيمة مع الزمن لأنها خاضعة للتعجيل الأرضي ويمكن تطبيق قوانين سقوط الاجسام الحرة على هذه المركبة . اذ يمكن الحصول على المتغيرات الاتية :



• زمن الطيران time of flight

من مركبة السرعة الرأسية  $v_y = v_0 \sin \theta$  فعند أعلى نقطة تصلها القذيفة  $v = 0$  يكون  $v = v_0 + gt$  ومنه

$$0 = v_0 \sin \theta - gt \quad (\text{زمن الصعود لأعلى نقطة})$$

وبما ان زمن الصعود لأقصى ارتفاع هو نفس الزمن المستغرق للعودة الى نقطة القذف فيكون زمن الطيران

$$T = 2t = \frac{2v_0}{g} \sin \theta \quad (11)$$

• أعلى نقطة تصلها القذيفة H

$$v^2 = v_0^2 + 2gH \rightarrow 0 = (v_0 \sin \theta)^2 - 2gH \rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \theta \quad (12)$$

وهو يعتمد على سرعة الانطلاق  $v_0$  وزاوية القذف  $\theta$

• المدى Range : يمثل المسافة الأفقية الكلية التي تقطعها القذيفة اثناء زمن الطيران . حيث ان

$$R = v_x T = v_0 \cos \theta \cdot \left( \frac{2v_0}{g} \sin \theta \right) = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta \dots\dots\dots (13)$$

ويلاحظ من هذه العلاقة ان مدى القذيفة يعتمد على زاوية القذف ويكون في نهايته العظمى عند  $\theta = 45^\circ$

مثال/ اطلقت قذيفة مدفع بسرعة 200m/s بزاوية  $37^\circ$  فوق الافق احسب : ١- سرعة وموضع القذيفة بعد 20s ؟ ٢- المدى ؟ ٣- اعلى ارتفاع وصله القذيفة ؟ ٤- سرعة واتجاه القذيفة عند اصطدامها بالهدف؟

$$1- v_{0x} = v_0 \cos \theta = 200 \cos 37 = 160m/s ; v_{0y} = v_0 \sin 37 = 120m/s$$

$$v_y = v_{0y} + gt = 120 - 9.8 \times 20 = -76m/s \quad \text{القذيفة تتجه نحو الاسفل}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(160)^2 + (-76)^2} = 177m/s \quad \text{سرعة القذيفة بعد ٢٠ ثانية}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-76}{160} \rightarrow \theta = -25.4^\circ$$

$$2- R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta = \frac{(200)^2}{9.8} \sin(2 \times 37) = 3923m$$

$$3- v_y^2 = v_{0y}^2 + 2gh \rightarrow (76)^2 = (120)^2 - 2 \times 9.8h \rightarrow h = 440m$$

$$4- T = \frac{2v_0 \sin 37}{g} = \frac{2 \times 120}{9.8} = 24.5s$$

$$v_y = v_{0y} + gT = 120 - 9.8 \times 24.5 = -120m/s$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(160)^2 + (120)^2} = 200m/s$$

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-120}{160} \rightarrow \alpha = -36.8^\circ$$

مثال / طائرة تطير افقياً على ارتفاع 2000m وبسرعة 720km/hr تشاهد شاحنة على استقامة طيرانها ومتجهه نحوها بسرعة 90km/hr على اي بعد عن الشاحنة يجب ان تطلق القذيفة لتصيب الشاحنة وما مقدار سرعة واتجاه القذيفة لحظة اصابتها الشاحنة ؟

$$720 \frac{km}{hr} = 720 \frac{km}{hr} \times \frac{1000m/km}{3600s/hr} = 200 m/s$$

$$90 \frac{km}{hr} = 90 \frac{km}{hr} \times \frac{1000m/km}{3600s/hr} = 25 m/s$$

عند خروج القذيفة من الطائرة فإنها تمتلك مركبة افقية ثابتة القيمة = سرعة الطائرة افقياً . ومركبة شاقوليه تبدأ قيمتها من الصفر وخاضعة للتعجيل الارضي .

$$v_x = 200m/s ; v_y \text{ تبدأ من الصفر}$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2gh = 0 - 2 \times 9.8 \times 2000 \rightarrow v_y = -198m/s$$



المركبة الراسية للقذيفة لحظة وصولها الى الارض

$$v_y = v_{oy} + gt \rightarrow -198 = 0 - 9.8t \rightarrow t = 20.2s$$

زمن الطيران

$$R = v_x T = 200 \times 20.2 \cong 4040m$$

$$x = vT = 25 \times 20.2 = 505m$$

المسافة التي تقطعها الشاحنة ثم تصاب

$$4040 + 505 = 4545$$

بعد مسقط الطائرة عن الشاحنة لحظة اطلاق القذيفة

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(200)^2 + (-198)^2} = 281.4m/s$$

سرعة القذيفة عند اصابتها الشاحنة

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-198}{200} \rightarrow \theta = -44.7^\circ$$

